

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Вариант № 3

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

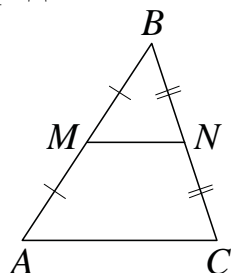
$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

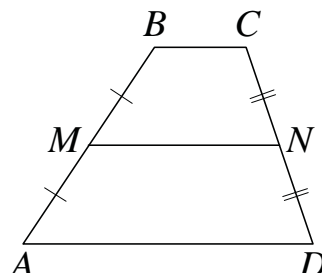
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



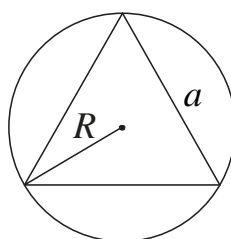
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

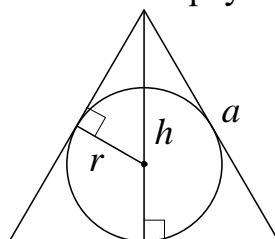
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



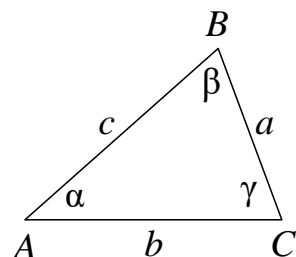
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



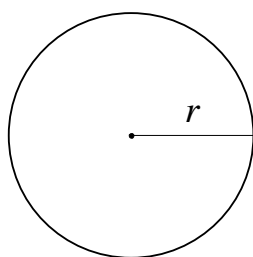
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

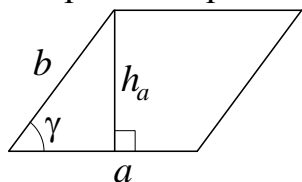


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

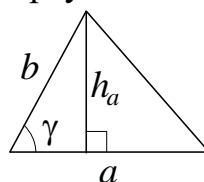
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

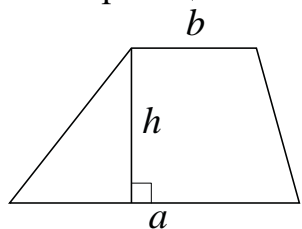
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

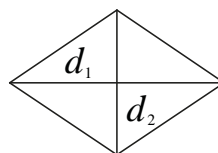
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

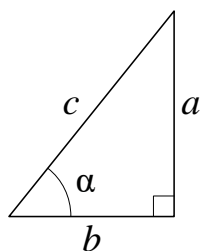
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–12	40	18 000
2	дровяная	10–16	48	19 500
3	электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

1 Установите соответствие между массами и номерами печей.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Масса (кг)	15	40	48
Номер печи			

2 Найдите объём парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ: _____.

- 3** На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

- 4** На дровяную печь, масса которой 40 кг, сделали скидку 10%. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

- 5** Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2.



Рис. 1

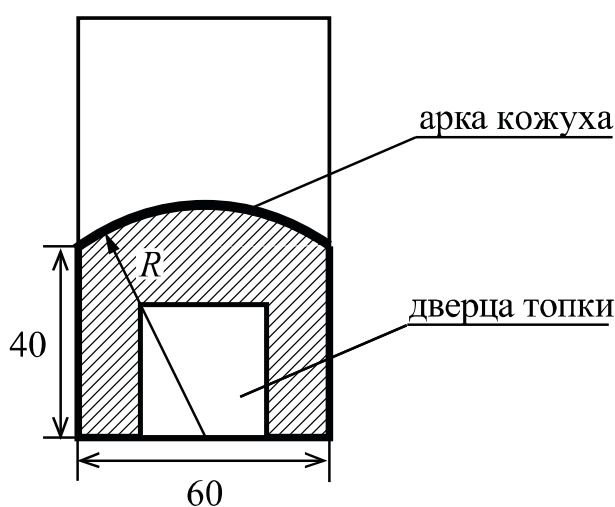


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 6** Найдите значение выражения $\frac{1}{25} - \frac{7}{50}$.

Ответ: _____.

7

Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{13}$?

- 1) $[0,2; 0,3]$ 2) $[0,3; 0,4]$ 3) $[0,4; 0,5]$ 4) $[0,5; 0,6]$

Ответ:

8

Найдите значение выражения $\frac{(5^2)^{-8}}{5^{-18}}$.

Ответ: _____.

9

Решите уравнение $x^2 - 36 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10

Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 11 с машинами и 9 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Илюша. Найдите вероятность того, что Илюше достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

11

На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

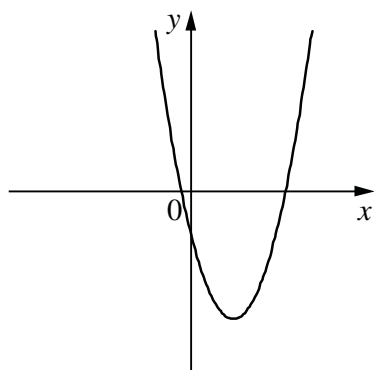
А) $a > 0, c < 0$

Б) $a > 0, c > 0$

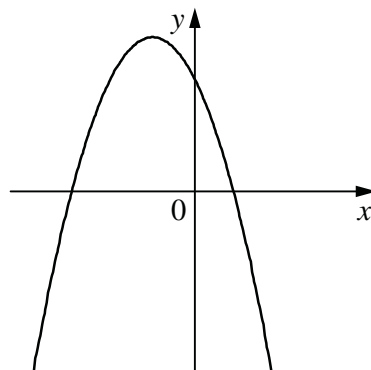
В) $a < 0, c > 0$

ГРАФИКИ

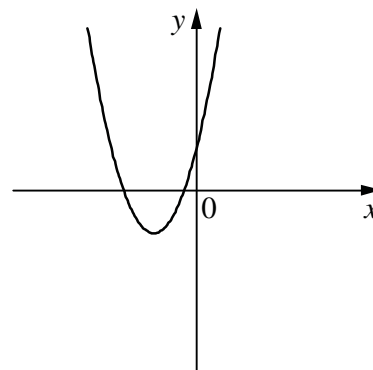
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12

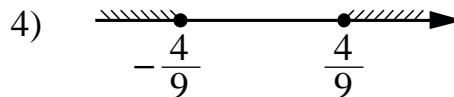
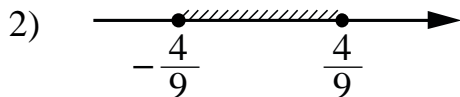
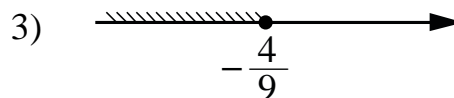
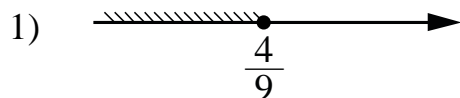
Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $0,5 \text{ с}^{-1}$, а центростремительное ускорение равно $1,75 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13

Укажите решение неравенства

$$81x^2 \leq 16.$$



Ответ:

14

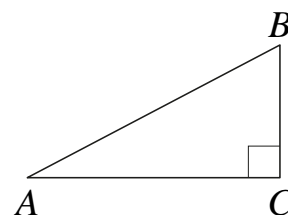
В амфитеатре 23 ряда, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В седьмом ряду 26 мест, а в одиннадцатом ряду 34 места. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Ответ: _____.

15

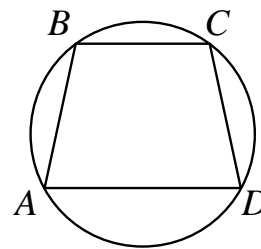
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 7$, $AB = 20$. Найдите $\cos B$.

Ответ: _____.



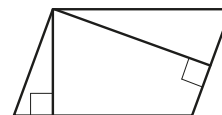
16

Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 36° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



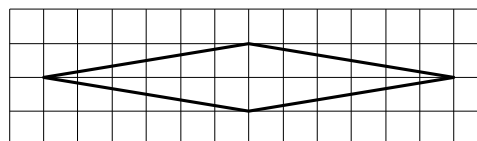
Ответ: _____.

- 17** Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите бóльшую высоту.



Ответ: _____.

- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____.

- 19** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- 3) Диагонали ромба равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$.

21 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 1,5x - 1 & \text{при } x < 2, \\ -1,5x + 3 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ 3x - 10,5 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 Высота AH ромба $ABCD$ делит сторону CD на отрезки $DH = 20$ и $CH = 5$. Найдите высоту ромба.

24 Точка K — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.

25 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $5:3$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 8$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.