

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \dots \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \dots$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n) , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

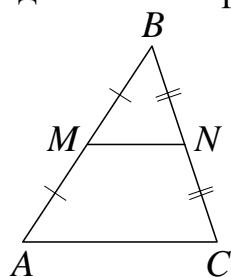
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

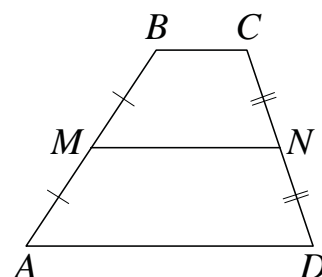
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



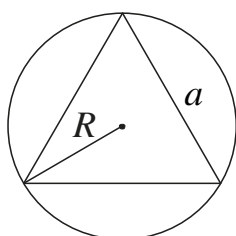
$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

$MN \parallel AD$

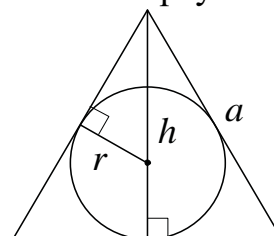
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



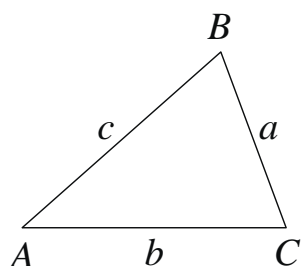
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



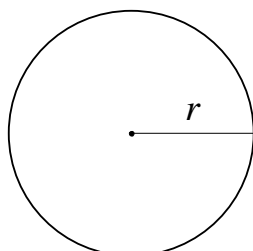
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

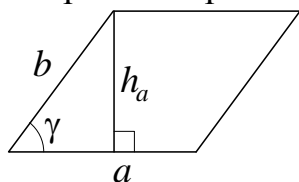


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

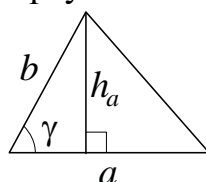
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

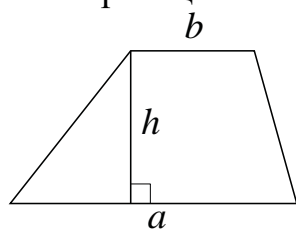
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

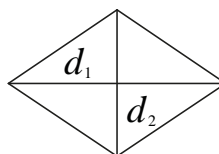
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

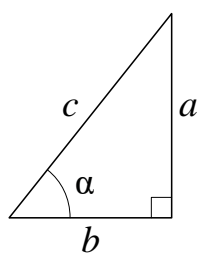
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

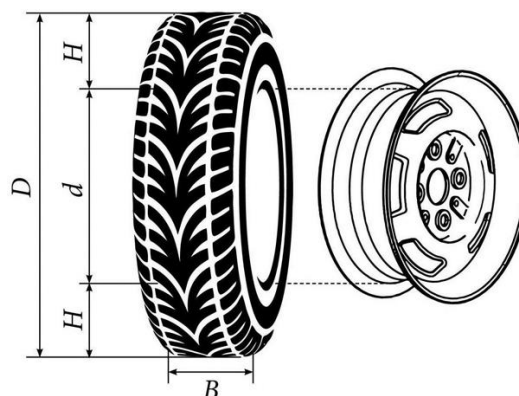


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 175/60 R15.

- 1** Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	—
175	175/65	175/60	—
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	—	—	205/45

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

- 2** На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 195/60 R14 больше, чем радиус колеса с шиной маркировки 165/70 R14?

Ответ: _____.

- 3** На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/45 R16?

Ответ: _____.

- 4** Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55 R15? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{1}{4} + \frac{37}{20}$.

Ответ: _____.

7 Между какими числами заключено число $\sqrt{58}$?

1) 19 и 21

2) 57 и 59

3) 3 и 4

4) 7 и 8

Ответ:

8 Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 + 8ab + 16b^2}$ при $a = 3\frac{3}{7}$ и $b = \frac{1}{7}$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $7x^2 = 42x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10 На экзамене 30 билетов, Серёжа **не выучил** 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

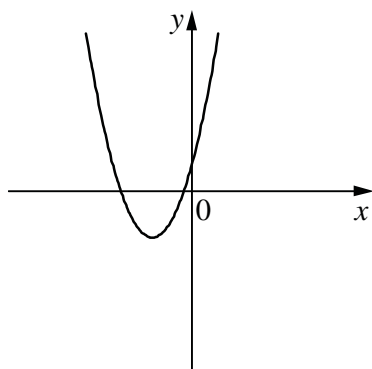
A) $a > 0, c < 0$

Б) $a < 0, c > 0$

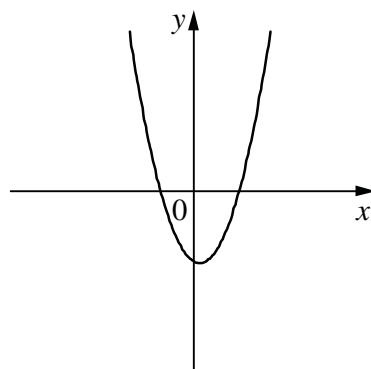
В) $a > 0, c > 0$

ГРАФИКИ

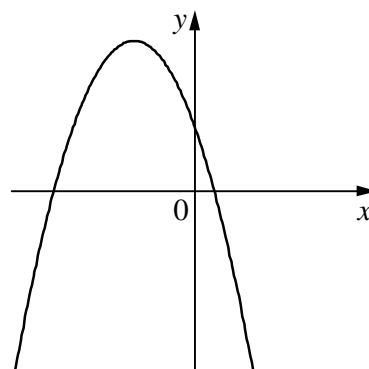
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует -40 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -36 + 4x < 0, \\ 5 - 4x < -3. \end{cases}$$

1) $(2; +\infty)$

3) $(-\infty; 9)$

2) нет решений

4) $(2; 9)$

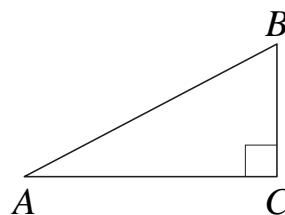
Ответ:

14 Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 11 метров, а в каждую следующую секунду на 10 метров больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые пять секунд?

Ответ: _____.

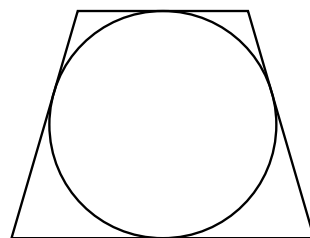
15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{8}{5}$, $BC = 20$. Найдите AC .

Ответ: _____.



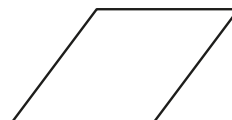
16 Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 12. Найдите высоту этой трапеции.

Ответ: _____.



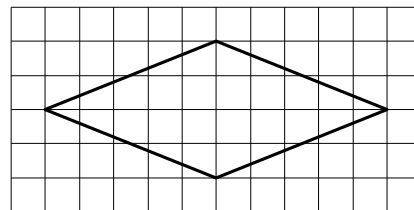
17 Периметр ромба равен 36, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.

Ответ: _____.



18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

19

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) В параллелограмме есть два равных угла.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x+1)^4 + (x+1)^2 - 6 = 0$.

21 Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & \text{при } x \geq -1, \\ -\frac{3}{x} & \text{при } x < -1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135° , а $CD = 29$.

24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

25 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 20$, $BC = 15$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.